

ФИЗИКА

УДК 533.9

DOI: 10.21779/2542-0321-2023-38-3-34-46

С.А. Майоров^{1, 2*}, Р.И. Голятина³

Диффузия и дрейф электронов в гелии и неоне

¹ Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, г. Москва; 125412, ул. Ижорская, 13, стр. 2; * e-mail: mayorov_sa@mail.ru

² Институт теоретической и экспериментальной физики Казахского национального университета им. Аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы; 050040, пр. Аль-Фараби, 71.

³ Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Россия; Москва, 119991, ул. Вавилова, 38

Аннотация. Рассмотрена задача расчета кинетических характеристик при дрейфе электронов в гелии и неоне. Основное внимание уделено случаям слабого и сильного полей, для которых имеется мало справочных данных. Для гелия и неона в случае слабого поля $E/N < 0.01$ Td определена подвижность в пределе слабого поля, проведен анализ и сравнение с имеющимися в литературе данными. Для случая сильного поля $E/N > 10$ Td проанализирован энергобаланс электронов с учетом неупругих столкновений, определено распределение получаемой электроном от поля энергии на потери в упругих соударениях с атомами, затраты на возбуждение и ионизацию атомов. Учет появления в системе новых электронов при актах ионизации в условиях стационарного тока позволяет включить в рассмотрение уход электронов из системы на стенку и эффект убегания электронов.

Ключевые слова: диффузия, подвижность, функция распределения, метод Монте-Карло, упругие столкновения, ионизация, сечения столкновений, аналитическая аппроксимация, гелий, неон.

Введение

Диффузия и дрейф электронов в газах исследованы теоретическими и экспериментальными методами во многих работах (достаточно подробный обзор см., например, [1–5]). В данной статье на основе численного эксперимента протабулированы характеристики дрейфа электронов в гелии и неоне для случая постоянного и однородного электрического поля, выполнен анализ функций распределения электронов по энергии в режимах слабого и сильного электрических полей.

Теоретический анализ кинетического уравнения Больцмана обычно основан на использовании двучленной аппроксимации функции распределения электронов по скоростям для стационарного пространственно однородного случая. При учете только упругих столкновений в этом приближении уравнение для симметричной части функции распределения электронов по модулю скорости имеет следующий вид [2]:

$$\frac{1}{3} \left(\frac{eE}{m\sigma_{el}N} \right)^2 \frac{\partial f_0(c)}{\partial c} + \frac{m}{M} \left(cf_0(c) + \frac{T_a}{m} \frac{\partial f_0(c)}{\partial c} \right) = 0, \quad (1)$$

а его решение:

$$f_0(c) = A \exp \left(- \int_0^c \frac{mcdc}{T_a + Me^2 E^2 / 3m^2 \sigma_{el}^2(c) N^2 c^2} \right). \quad (2)$$

Здесь m , M – массы электрона и атома, e , E – элементарный заряд и напряженность электрического поля, N – числовая плотность атомов, σ_{el} – транспортное сечение упругих столкновений, константа A определяется из условия нормировки $1 = 4\pi \int_0^\infty c^2 f_0(c) dc = \int_0^\infty \varepsilon^{1/2} f_0(\varepsilon) d\varepsilon$. Использование в качестве независимой переменной

энергии $\varepsilon = \frac{1}{2} mc^2$ часто более удобно. Несимметричная часть функции распределения

определяется равенством $f_1(c) = (eE / m\sigma_{el}Nc) \partial f_0 / \partial c$. Соответственно приведенный коэффициент поперечной диффузии DN и направленная скорость электронов W определяются по формулам [2]:

$$DN = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty \frac{c}{\sigma_{el}(c)} f_0(c) c^2 dc = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{m} \right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{\sigma_{el}(\varepsilon)} f_0(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3a)$$

$$W = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty f_1(c) c^3 dc = \frac{4\pi eE}{3Nm} \int_0^\infty f_0(c) \frac{d}{dc} \left(\frac{c^2}{\sigma_{el}(c)} \right) dc = \frac{eE}{3N} \left(\frac{2}{m} \right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{\sigma_{el}(\varepsilon)} \frac{d}{d\varepsilon} f_0(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (3b)$$

В особом случае, при постоянной частоте столкновений $\nu_{st}(c) = \sigma_{el}Nc = const$, скорость дрейфа не зависит от вида симметричной части функции распределения, следовательно, не зависит от массы и температуры атомов и равна $W = eE / m\nu_{st}$. Однако сама функция распределения при этом зависит от температуры и массы атомов. Она при этом является максвелловской с температурой $T_e = T_a + \frac{1}{3} Me^2 E^2 / m^2 \nu_{st}^2$.

При отсутствии неупругих столкновений формула (2) дает решение кинетического уравнения Больцмана в двучленном приближении. При этом зависимость транспортного сечения упругих столкновений от энергии столкновения является входным параметром. Задаче определения сечений электрон-атомных столкновений посвящено большое число как экспериментальных, так и теоретических исследований [2; 6–14].

В слабом поле, когда $Me^2 E^2 / 3m\sigma_{el}^2(T_a)N^2 \ll T_a$, вторым слагаемым в знаменателе подинтегрального выражения в (2) можно пренебречь, и тогда распределение будет максвелловским с температурой электронов, равной температуре атомов (при выводе уравнения (1) для функции распределения электронов по скоростям предполагается максвелловское распределение для атомов газа). В более сильном поле, когда $Me^2 E^2 / 3m\sigma_{el}^2(T_a)N^2 \gg T_a$, пренебрегая первым слагаемым в знаменателе подинтегрального выражения (2), получаем

$$f_0(v) = A \exp \left(- \frac{3m}{M} \left(\frac{mN}{eE} \right)^2 \int_0^v c^3 \sigma_{el}^2(c) dc \right). \quad (4)$$

В случае степенной зависимости сечения от скорости $\sigma_{el}(c) = \sigma_0(c/c_0)^r$ интеграл в (4)

легко вычисляется, а с помощью формулы $\int_0^\infty x^m \exp(-x^n) dx = \frac{1}{n} \Gamma \left(\frac{m+1}{n} \right)$ вычисляются

все моменты от получающейся функции распределения

да $f_0(c) = A \exp(-(c/c_0)^{2r+4})$. В случае постоянной частоты столкновений $\sigma_{el}(c) = \sigma_0 c_0 / c$ распределение (4) переходит в распределение Максвелла, а при постоянном сечении $\sigma_{el}(c) = \sigma_0$ оно переходит в распределение Дрювестейна.

Функция распределения Максвелла $f(\varepsilon) = \varepsilon^{1/2} f_0(\varepsilon)$ для распределения электронов по кинетической энергии $\varepsilon = \frac{1}{2} m c^2$, нормированная на единицу $1 = \int_0^\infty f(\varepsilon) d\varepsilon$, имеет вид:

$$f_{Maxwell}(\varepsilon) = \frac{2}{T_e} \left(\frac{\varepsilon}{\pi T_e} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right), \quad (5)$$

где температура электронов T_e связана с их средней энергией соотношением $\langle \varepsilon \rangle = \int_0^\infty \varepsilon f_{Maxwell}(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{3}{2} T_e$.

Распределение Дрювестейна получено им для случая изотропного рассеяния на неподвижных атомах в 1930 г., и оно часто более точно соответствует реальному распределению электронов по энергии:

$$f_{Druwestain}(\varepsilon) = \frac{2}{\varepsilon_D} \left(\frac{\varepsilon}{\pi \varepsilon_D} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_D^2}\right), \quad (6)$$

где $\varepsilon_D = 2 \langle \varepsilon \rangle = \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)} = 3 T_{eff} \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)}$.

Решение кинетического уравнения в двучленном приближении в общем виде (2) было получено Давыдовым в 1936 г., и его называют иногда распределением Дрювестейна–Давыдова.

При дрейфе в электрическом поле электроны приобретают от него энергию. За счет джоулева нагрева при дрейфе в постоянном и однородном электрическом поле за единицу времени электрон приобретает в среднем энергию

$$Q_{EW} = eEW. \quad (7)$$

Здесь e – заряд электрона, E – напряженность электрического поля, W – скорость дрейфа. Энергия, получаемая электроном, затрачивается на возбуждение атомных уровней и ионизацию, кроме того электроны уносят или приобретают энергию при рекомбинации. При упругих столкновениях с атомами электроны могут как терять, так и приобретать энергию. Но в среднем при стационарном дрейфе в однородном поле электрон при упругих столкновениях с атомами теряет энергию, поскольку средняя энергия у электронов выше по сравнению с энергией атомов. В стационарном случае уравнение баланса энергии имеет вид:

$$Q_{EW} = Q_{ea} + Q_{excitation} + Q_{ionization} + Q_{recombination} + Q_{runaway}. \quad (8)$$

Здесь в правой части представлены соответствующие средние энергопотери одного электрона за единицу времени в результате упругих столкновений, потерь на возбуждение, ионизацию, рекомбинацию (при рекомбинации электрон может и приобретать энергию, например, при тройной рекомбинации) и за счет перехода в режим постоянного ускорения.

Аналитические аппроксимации сечений столкновений

В наших работах [11–13] мы уже рассматривали аналитические приближения для сечений упругих столкновений, возбуждения и ионизации электронным ударом атомов благородных газов. В работе [14] для аппроксимации сечений ионизации атомов благородных газов, щелочных металлов, водорода, некоторых переходных металлов и Al, Fe, Ni, W, Au, Hg, U была предложена трехпараметрическая формула, а в работе [15] была предложена более точная четырехпараметрическая формула для аппроксимации сечений ионизации атомов многих элементов.

В зависимости сечения упругого столкновения от энергии можно выделить три характерных участка: столкновения с низкой энергией <10 эВ, столкновения со средней энергией и столкновения с высокой энергией >300 эВ. В [15] мы предложили использовать аппроксимацию зависимости сечения от энергии столкновения суммой ряда:

$$\sigma_{elastic}(x) = \sum_i \frac{\sigma_i + \alpha_i x^{\delta_i}}{1 + \beta_i x^{\gamma_i}} \quad (9)$$

Здесь константы σ_i, α_i имеют размерность площади, а константы $\beta_i, \gamma_i, \delta_i$ являются безразмерными величинами. Даже при использовании в формуле (9) всего двух слагаемых удается получить удовлетворительное решение задачи минимизации погрешности аппроксимации порядка 2 % для всех инертных газов. Увеличивать точность аппроксимации не имеет смысла, поскольку погрешность экспериментальных данных составляет 10–20 %. Используемые при моделировании значения параметров аппроксимации для транспортных сечений аналитической формулой (9) приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения параметров аппроксимации для транспортных сечений

$$\sigma_{elastic}(x) = \sum_i (\sigma_i + \alpha_i x^{\delta_i}) / (1 + \beta_i x^{\gamma_i}), x = \varepsilon / I_1.$$

No, Symbol	I_1 , eV	σ_1 $\text{\AA}^2$	α_1 $\text{\AA}^2$	β_1	γ_1	δ_1	σ_2 $\text{\AA}^2$	α_2 $\text{\AA}^2$	β_2	γ_2	δ_2	Δ , %
2, He	24.587	0	7.19	3.67	2.79	1	5.16	6.09	15.0	1.91	0.41	1.7 %
10, Ne	21.564	0	38.7	267.	1.64	1	0.31	2.99	0.20	1.93	0.50	1.7 %

Возбуждение атомных уровней во многих случаях является основным каналом потерь энергии электронов в плазме газового разряда, поэтому учет затрат энергии на возбуждение очень важен. В настоящей работе мы использовали для аппроксимации сечений возбуждения четырехпараметрическую формулу, которая применялась нами для аппроксимации сечений ионизации в работе [15]:

$$\sigma_{excitation}(\Delta x) = \frac{\alpha \Delta x^{\delta}}{(1 + \beta \Delta x)^{\gamma}} \quad (10)$$

где $x = \varepsilon / I_1$, $\Delta x = x - 1 > 1$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – коэффициенты аппроксимации. Максимальное значение сечения по этой формуле достигается при $\Delta x = \delta / (\beta(\gamma - \delta))$. Применение формулы (10) позволило улучшить аппроксимацию сечений возбуждения для He с 6 до 2 % по сравнению с трехпараметрической аппроксимацией в [15].

В большей части работ для аппроксимации сечений ионизации в области высоких энергий $\varepsilon / I_1 \gg 1$ используется формула Бете с логарифмическим членом. Нами для аппроксимации сечений ионизации использовалась та же формула (10), что и для аппроксимации сечений возбуждения:

$$\sigma_{ionization}(\Delta x) = \alpha \Delta x^{\delta} / (1 + \beta \Delta x)^{\gamma},$$

где $x = \varepsilon / I_1$, $\Delta x = x - 1 > 1$.

Оказывается, что степенной спад сечения ионизации $\sigma_{ionization}(x) \propto 1/x^{\gamma-\delta}$ при больших энергиях позволяет получить вполне удовлетворительное согласие с экспериментальными и теоретическими данными для всех инертных газов.

Параметры аппроксимации сечений возбуждения для гелия и неона приведены в таблице 2, а сечений ионизации – в таблице 3. Кроме параметров аппроксимации в таблицах 2 и 3 приведены также среднеквадратическая относительная погрешность, положение максимального сечения и максимума сечения по аппроксимирующей формуле. Отметим, что в эксперименте измерение именно максимального значения сечения имеет наибольшую точность.

Таблица 2. Значения параметров аппроксимации для сечений возбуждения
 $\sigma_{excitation}(\Delta x) = \alpha \Delta x^{\delta} / (1 + \beta \Delta x)^{\gamma}$, $\Delta x = \varepsilon / E_1 - 1$, погрешности аппроксимации, положение максимума и максимальное значение сечения

No, Symbol	E_1 , eV	α , $\text{\AA}^2$	β	γ	δ	Δ , %	ε_m , eV	$\sigma(\varepsilon_m)$, $\text{\AA}^2$
2, He	19.8	0.225	0.187	1.2	0.34	1.4%	62	0.19
10, Ne	16.619	0.232	0.418	2.03	1.2	1.6%	74	0.17

Таблица 3. Значения параметров аппроксимации для сечений ионизации,
 $\sigma_{ionization}(\Delta x) = \alpha \Delta x^{\delta} / (1 + \beta \Delta x)^{\gamma}$, $\Delta x = \varepsilon / I_1 - 1$, погрешности аппроксимации, положение максимума и максимальное значение сечения

No, Symbol	I_1 , eV	α , $\text{\AA}^2$	β	γ	δ	Δ , %	ε_m , eV	$\sigma(\varepsilon_m)$, $\text{\AA}^2$
2, He	24.587	0.406	0.330	2.01	1.11	1.0%	116	0.348
10, Ne	21.564	0.451	0.23	2.22	1.33	1.3%	161	0.716

Графики зависимостей транспортных сечений, сечений возбуждения и ионизации от энергии столкновения для гелия и неона приведены на рис 1, 2. На этих рисунках маркерами отмечены экспериментальные значения сечений, которые использовались в качестве опорных данных для решения задачи подбора аппроксимирующих формул и нахождения соответствующих параметров.

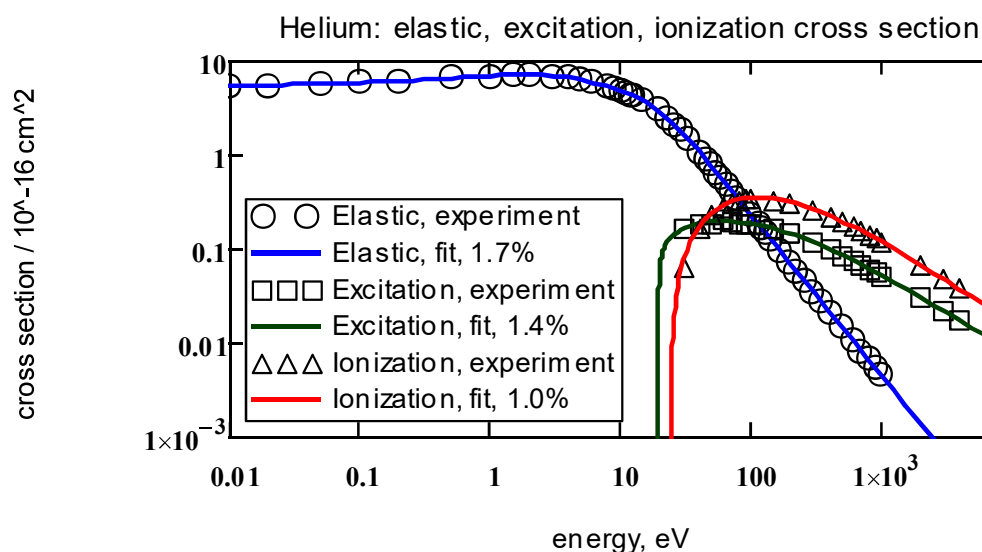


Рис. 1. Сечения электрон-атомных столкновений в гелии

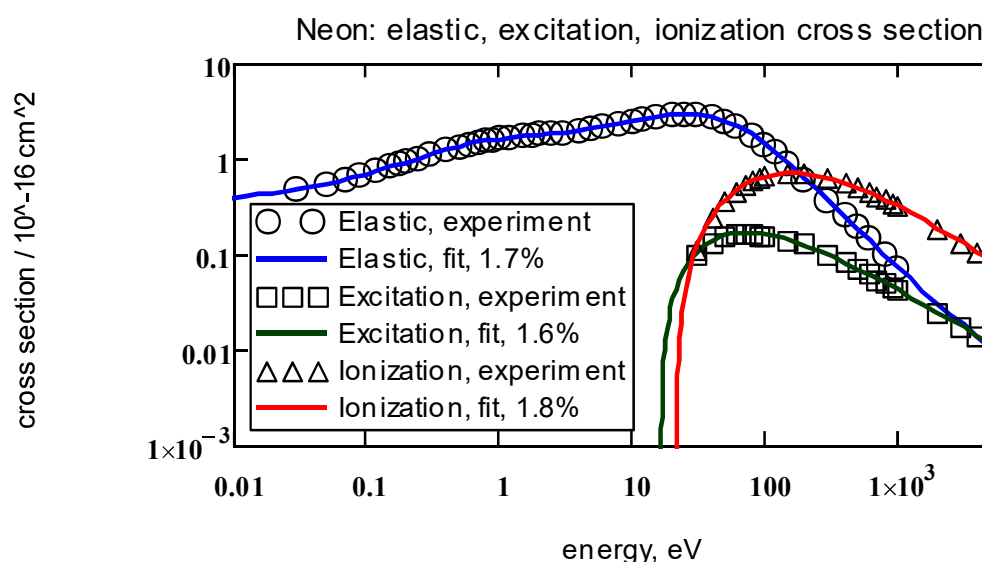


Рис. 2. Сечения электрон-атомных столкновений в неоне

Результаты расчетов характеристик дрейфа электрона в гелии и неоне

Расчеты характеристик дрейфа электронов в газе выполнялись на основе метода Монте-Карло, который использовался нами ранее для моделирования ион-атомных столкновений [16; 17], а также в работе [18] для расчета характеристик дрейфа электрона в инертных газах, для исследования влияния неоднородности поля [19–21] и особенностей дрейфа электронов в смеси газов [22]. Суть его состоит в том, что рассматривается эволюция достаточно большого ансамбля частиц: проводится интегрирование уравнения движения электрона в постоянном поле и в соответствии с известными сечениями упругих и неупругих процессов определяется вероятность того или иного события.

Проблема определения характеристик дрейфа электронов в газе при очень слабых полях методом Монте-Карло является весьма трудоемкой вычислительной задачей

из-за большого влияния статистических флуктуаций. Например, в очень слабых полях флуктуации скорости дрейфа значительно превосходят очень малую реальную скорость дрейфа. А случайные отклонения средней энергии электронов от температуры атомов также значительно больше теоретических значений. Поэтому именно в области слабых полей двучленная аппроксимация дает более точный результат, чем результаты моделирования.

Измерения коэффициента продольной диффузии $D_{\parallel}$ на основе времяпролетной диагностики [2] показали, что, в отличие от обычно измеряемого коэффициента поперечной диффузии $D_{\perp}$, коэффициент продольной диффузии значительно меньше, чем коэффициент поперечной диффузии. Это явление анизотропной диффузии представляется достаточно неожиданным, ведь распределение частиц по скоростям изотропно с очень высокой точностью (до сотых долей процента при низких E/N). Поэтому при построении моделей для различных задач низкотемпературной плазмы на основе диффузионно-дрейфового приближения принципиально необходимо знание коэффициента как поперечной, так и продольной диффузии.

В таблицах 4, 5 приведены результаты расчетов характеристик дрейфа электрона в гелии и неоне при температуре атомов газа 293 К и различных значениях приведенных напряженностей электрического поля в диапазоне $E/N = 0.001 - 200$ Тд.

Таблица 4. Характеристики дрейфа электрона в гелии при температуре атомов 293 К

E/N , Td	W , km/s	$eD_{\perp} / \mu$, eV	T_{eff} , eV	$ND_{\parallel}$, $10^{22}/\text{cm s}$	$ND_{\perp}$, $10^{22}/\text{cm s}$
0.001	0.018	0.025	0.0253	0.525	0.516
0.002	0.05	0.025	0.0253	0.563	0.566
0.005	0.120	0.025	0.0254	0.610	0.606
0.01	0.232	0.026	0.0259	0.585	0.616
0.02	0.440	0.028	0.0276	0.606	0.651
0.05	0.912	0.041	0.0354	0.557	0.743
0.1	1.49	0.061	0.0517	0.615	0.898
0.2	2.16	0.11	0.141	0.665	1.16
0.5	3.33	0.26	0.314	0.884	1.61
1	4.90	0.44	0.56	1.10	2.13
2	6.85	0.82	1.06	1.50	2.81
5	11.7	2.00	2.84	3.30	4.74
10	20.6	4.18	6.08	8.48	8.74
20	42.7	5.37	7.88	11.6	11.7
50	109	7.52	9.61	14.5	16.45
100	222	10.0	11.7	25.	26.
200	439	12.6	15.9	26.	27.

Таблица 5. Характеристики дрейфа электрона в неоне при температуре атомов 293 K

$E/N,$ Td	$W,$ km/s	$eD_{\perp} / \mu$ eV	$\langle T_e \rangle$ eV	$ND_{\parallel},$ $10^{22} / cm s$	$ND_{\perp},$ $10^{22} / cm s$
0.001	0.21	0.04	0.026	6.6	7.28
0.002	0.3	0.05	0.028	7.12	7.62
0.005	0.5	0.09	0.035	7.66	8.6
0.01	0.7	0.150	0.046	7.68	8.83
0.02	1.14	0.253	0.073	7.13	9.23
0.05	1.5	0.222	0.139	8.27	10.2
0.1	2.08	0.491	0.233	8.93	10.8
0.2	2.52	0.944	0.410	10.5	12.4
0.5	3.93	2.01	2.27	13.5	15.9
1	5.81	3.08	3.89	14.8	17.9
2	7.11	6.23	6.97	20.1	22.0
5	17.5	6.44	7.42	17.7	22.6
10	34.4	6.18	7.84	17.1	21.3
20	66.4	6.82	8.75	19.1	22.6
50	139	8.94	10.5	16.6	24.8
100	242	9.92	12.5	20.8	24.0
200	391	14.9	15.7	18.6	29.3

В большей части справочников и книг приводятся лишь скорость дрейфа электронов и наблюдаемая в экспериментах величина $eD_{\perp} / \mu$, называемая также характеристической энергией Таунсенда. В случае максвелловского распределения характеристическая энергия Таунсенда совпадает с температурой электронов. Для реальных распределений электронов по энергии однозначного соответствия между средней энергией электронов и значением характеристической энергии Таунсенда нет. Поэтому помимо значений $eD_{\perp} / \mu$ в таблицах 4, 5 приведены также значения эффективной температуры, определяемой как две третьих от средней энергии электронов $T_{eff} = \frac{2}{3} \langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon$. Значение коэффициента диффузии зависит от числовой плотности атомов, поэтому в двух последних столбцах таблиц 4 и 5 представлены значения приведенных коэффициентов продольной $ND_{\parallel}$ и поперечной $ND_{\perp}$ диффузии соответственно.

Обсуждение результатов

Процессы ионизации и рекомбинации электронов на стенках и уход в режим убегания (режим постоянного ускорения – runaway) в реальных условиях чаще всего не могут быть учтены в рамках пространственно-однородной модели. Тем не менее, в рамках нашей модели рассматривался пространственно-однородный стационарный поток электронов и учитывались процессы рождения и гибели электронов.

При ионизации электронным ударом налетающий на атом электрон теряет энергию, равную сумме энергии ионизации и кинетической энергии появляющегося второго электрона. Соответственно при каждом акте ионизации из ансамбля удаляется самый энергичный электрон, который полагается либо ушедшим и рекомбинировавшим на стенке, либо, если его энергия много больше максимума сечения ионизации, перешед-

шим в режим непрерывного ускорения (убегания). Такая процедура позволяет определить: 1) условный потенциал стенки через среднюю энергию ушедших на стенку электронов; 2) коэффициент убегания электронов, который определяется по аналогии с ионизационным коэффициентом как число убежавших электронов на единице пути.

Результаты расчетов кинетических характеристик дрейфа электронов в гелии и неоне в широком диапазоне значений приведенной напряженности электрического поля представлены в таблицах 4, 5. Эти данные позволяют не только получать с помощью интерполяции и экстраполяции характеристики дрейфа при каких-либо конкретных параметрах разряда, но и дают полную картину качественных и количественных характеристик дрейфа электронов в электрическом поле.

Исследованию дрейфа электронов в гелии посвящено большое число как теоретических, так и экспериментальных работ, для неона же экспериментальные данные практически отсутствуют. У неона по сравнению с гелием значительно больше масса атома и на порядок меньше сечение упругих столкновений в области малых энергий. Поэтому количественно многие характеристики для неона отличаются весьма значительно. Проанализируем полученные результаты на примере гелия, для неона ситуация во многом аналогична.

В отсутствии поля электроны находятся в термодинамическом равновесии с атомами газа, имеющими максвелловское распределение. Соответственно их температура равна температуре атомов. Рассмотрим вначале случай очень слабых полей, когда средняя энергия электронов по порядку величины равна энергии атомов. Сечение упругих столкновений в диапазоне энергий порядка комнатной температуры $T_a = 293 \text{ К} = 0.02525 \text{ эВ}$ достаточно точно аппроксимируется константой $\sigma_{el}(\varepsilon) = \sigma_0 = 5.16, 0.31 \text{ Å}^2$ для гелия и неона соответственно. На длине свободного пробега $\lambda = 1 / \sigma_0 N_a$ электрон набирает энергию $\Delta\varepsilon_\lambda = eE / \sigma_0 N = 0.1 \times (E / N)_{Td} / \sigma_0 \text{ эВ}$, здесь приведенная напряженность электрического поля выражена в Тд, а сечение в Å^2 . В очень слабом поле, когда джоулев нагрев $Q_{EW} = eEW$ незначительно меняет среднюю энергию электронов, функция распределения электронов близка к максвелловской с температурой $T_e = T_a + M \Delta\varepsilon_\lambda^2 / 6mT_a$. Соответственно в очень слабых полях увеличение температуры электронов из-за джоулева нагрева пропорционально квадрату поля: $\Delta T_e = T_e - T_a \propto E^2$.

В более сильном поле влияние нагрева приводит к значительному превышению средней энергии электронов по сравнению с энергией атомов, и распределение электронов по энергии начинает значительно отличаться от максвелловского. В приближении постоянного сечения величина критического поля, при которой температура электронов в два раза превышает температуру атомов, равно $E_{\Delta T} = \sigma_0 N (6m / M)^{1/2} T_a / e$. Соответствующее значение приведенной напряженности критического поля равно $(E / N)_{\Delta T} = 10 \times \sigma_0 (6m / M)^{1/2} T_a \text{ Тд}$, где сечение в Å^2 , а температура в эВ. Для гелия $(E / N)_{\Delta T}$ равно 0.04 Тд, для неона – 0.001 Тд. Из выражения (2) для симметричной части функции распределения при сильном поле, когда $Me^2 E^2 / 3m^2 \sigma_{el}^2(c) N^2 c^2 \gg T_a$, получаем распределение Дрювестейна (6), для которого разогрев электронов пропорционален первой степени напряженности поля $\Delta T_e = T_e - T_a \propto E$.

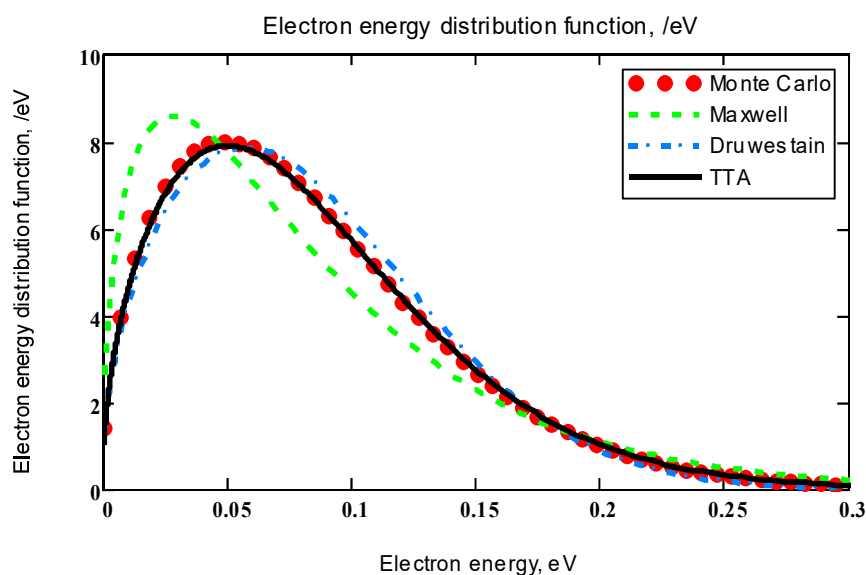


Рис. 3. Сравнение решения кинетического уравнения Больцмана методом Монте-Карло с различными аппроксимациями ФФРЭ для гелия при 0.1 Тд при энергиях порядка тепловых

При значениях $E/N > 0.1$ Тд средняя кинетическая энергия электрона при дрейфе в гелии и неоне значительно превышает энергию (температуру) атомов. При этом симметричная часть функции распределения электронов по модулю скорости имеет вид (2) и значительно отличается от распределений как Максвелла (5), так и Дрювестейна (6). Как уже отмечалось выше, в поле 0.04 Тд при дрейфе в гелии эффективная температура электронов (определяемая через среднюю энергию) примерно в два раза превышает температуру атомов. Сравнение результатов моделирования методом Монте-Карло с результатом решения кинетического уравнения Больцмана в двучленном приближении (two term approximation – ТТА) показывает, что двучленное приближение очень хорошо описывает распределение электронов по энергии в полях вплоть до 10 Тд (см. рис. 3, 4).

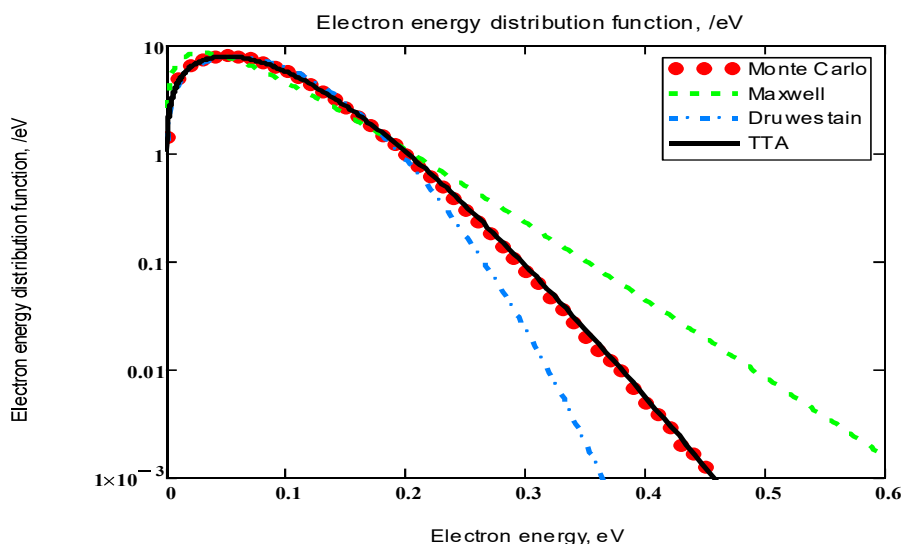


Рис. 4. Сравнение решения кинетического уравнения Больцмана методом Монте-Карло с различными аппроксимациями ФФРЭ для гелия при 0.1 Тд для больших энергий

При дрейфе в поле 0.1 Тд значения эффективных температур электронов, рассчитанные методом Монте-Карло и ТТА, составляют 655 и 665 К соответственно. На рис. 3 приведены графики функций распределения электронов по энергии (ФРЭЭ) в линейном масштабе для демонстрации отличий в теле функций распределения, а на рис. 4 для демонстрации отличий в хвостах ФРЭЭ приведены значения в логарифмическом масштабе. Некий анализ применимости двучленного приближения для дрейфа электронов в аргоне приведен в работах [23; 24].

При напряженности электрического поля $2 < E/N < 20$ Тд дрейф электрона в гелии сопровождается возбуждением резонансных и метастабильных состояний атомов. Средняя кинетическая энергия электрона в этом диапазоне напряженности поля слабо зависит от него, в то время как скорость дрейфа зависит от поля почти линейно. При напряженности электрического поля $20 < E/N < 200$ Тд преобладающее влияние на энергобаланс оказывают неупругие столкновения.

В очень сильных полях $E/N > 100$ Тд энергопотери при упругих столкновениях становятся ничтожными, а также в энергобалансе значительно уменьшается доля затрат на возбуждение атомов. В основном электроны теряют энергию при актах ионизации, и кинетические характеристики определяются спецификой задачи. При моделировании системы с постоянным числом частиц основным фактором оказывается способ учета влияния появления электронов при ионизации. Если предположить, что число появляющихся при актах ионизации электронов компенсируется числом уходящих из системы на стенку, то можно определить потенциал стенки через энергию максимального электрона в системе. Такой способ поддержания числа частиц в системе позволяет определить такую важную для разряда характеристику, как потенциал стенки. Другим фактором, проявляющимся при дрейфе в очень сильных полях, является явление убегания электронов. В сильноионизованной плазме убегающие электроны играют важную роль. Для газоразрядной плазмы их учет также важен как с точки зрения практического применения, так и как физический феномен. Но методика математического моделирования убегающих электронов представляет собой отдельную проблему и во многом определяется спецификой конкретной физической задачи. Более детальное рассмотрение этой задачи будет представлено в отдельной работе, где также будут приведены характеристики дрейфа электронов в аргоне, криптоне и ксеноне.

Заключение

Для случая, когда неупругие процессы не оказывают большого влияния на характеристики дрейфа, проведено детальное сравнение с результатами, полученными на основании двучленного приближения для кинетического уравнения Больцмана. Для широкого диапазона значений электрического поля (от 0.001 до 200 Тд) приведены результаты расчетов кинетических характеристик дрейфа электронов в гелии и неоне. В математическую модель включена новая характеристика, важная для анализа реальных объектов с газоразрядной плазмой – потенциал стенки. Выполнен анализ сечений упругих и неупругих столкновений и приведены их аппроксимации аналитическими формулами.

Литература

1. Грановский В.Л. Электрический ток в газе: установившийся ток. – М.: Наука, 1971.
2. Хаксли Л., Кромптон Р. Диффузия и дрейф электронов в газах. – М.: Мир, 1977.

3. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. – М.: Наука, 1982.
4. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А. Основы физики плазмы. – М.: Атомиздат, 1977.
5. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа в задачах с решениями. – М.: Наука, 1985.
6. Dutton J. A survey of electron swarm data // Journal of Physical and Chemical Reference Data. 1975. Vol. 4. – P. 577.
7. Zecca A., Karwasz G.P. and Brusa R.S. One century of experiments on electron-atom and molecule scattering: a critical review of integral cross-sections // Riv. Nuovo. 1996. Vol. 19, no. 3. – P. 1.
8. Pancheshnyi S., Biagi S., Bordage M.C., Hagelaar G.J.M., Morgan W.L., Phelps A.V., Pitchford L.C. The LXCat project: Electron scattering cross sections and swarm parameters for low temperature plasma modeling. Chemical Physics. 2012. Vol. 398. – P. 148.
9. Smirnov B.M. Atomic particles and atom systems: data for properties of atomic objects and processes. – Second edition. – Springer., 2018.
10. Carbone E., Graef W., Hagelaar G., Boer D., Hopkins M., Stephens J., Yee B., Pancheshnyi S., van Dijk J., Pitchford L. Data needs for modeling low-temperature non-equilibrium plasmas: The LXCat Project, History, Perspectives and a Tutorial // Atoms. 2021. Vol. 9, no. 16. – URL: <https://doi.org/10.3390/atoms9010016>.
11. Golyatina R.I., Maiorov S.A. Analytical approximation of cross sections of collisions of electrons with atoms of inert gases // Phys. Sci. Technol. 2021. Vol. 8. – P. 4.
12. Maiorov S.A., Golyatina R.I. Ionization cross section of noble gas atoms by electron impact // Phys. Sci. Technol. 2022. Vol. 9, no. 1. – P. 4.
13. Golyatina R.I., Maiorov S.A. Analytical approximation of cross sections of collisions of electrons with inert gas atoms // Plasma Physics Reports. 2022. Vol. 48, № 2. – P. 193.
14. Golyatina R.I., Maiorov S.A. Analytical cross section approximation for electron impact ionization of alkali and other metals, inert gases and hydrogen atoms // Atoms. 2021. Vol. 9, no. 4.
15. Maiorov S.A., Golyatina R.I. Analytical formulas for approximating cross sections of electron collisions with hydrogen, noble gases, alkali and other atoms // Atoms. 2022. Vol. 10, no. 3.
16. Майоров С.А. О дрейфе ионов в газе во внешнем электрическом поле // Физика плазмы. 2009. Т. 35, № 9. – С. 869.
17. Mayorov S.A. Calculation of characteristics of electron drift in neon under a DC electric field // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. 2009. Vol. 36, no. 10. – P. 299.
18. Голятина Р.И., Майоров С.А. Характеристики дрейфа электрона в постоянном электрическом поле для инертных газов // Прикладная физика. 2011. № 5. – С. 22.
19. Майоров С.А. О распределении электронов по энергии в положительном столбе газового разряда – парадокс Ленгмюра // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2013. № 9. – С. 22.
20. Kodanova S.K., Bastikova N.Kh., Ramazanov T.S., Maiorov S.A. Drift of electrons in gas in spatially inhomogeneous periodic electric field // Ukrainian Journal of Physics. 2014. Vol. 59, no. 4. – P. 371.
21. Mayorov S.A. Electron transport coefficients in a helium-xenon mixture // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. 2014. Vol. 41, № 10. – P. 285.

22. Golyatina R.I., Maiorov S.A. Characteristics of electron drift in an Ar–Hg mixture // *Plasma Physics Reports*. 2018. Vol. 44, no. 4. – P. 453.

23. Терешонок Д.В., Чернышев Т.В. Двухчленное приближение и метод Монте-Карло: сравнение на примере электронов в аргоне // *Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки*. 2022. Т. 37, вып. 4. – С. 42–53.

24. Tereshonok D., Chernyshev T., Abramov A., Ugryumov A. The comparison of two-term Boltzmann approximation and Monte-Carlo solutions for e+Ar0 plasma // *Phys. Scr.* 2023. Vol. 98. – P. 055602.

Поступила в редакцию 19 августа 2023 г.

Принята 30 августа 2023 г.

UDC 533.9

DOI: 10.21779/2542-0321-2023-38-3-34-46

The Diffusion and Drift of Electrons in Helium and Neon

S.A. Maiorov^{1,2}, R.I. Golyatina³

¹ *Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences; Russia, 125412, Moscow, Izhorskaya st., 13, Bd. 2; mayorov_sa@mail.ru*

² *SRIETP, Al-Farabi Kazakh National University; Republic of Kazakhstan, 050040, Almaty, Al-Farabi av., 71*

³ *Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences; Russia, 119991, Moscow, Vavilov st., 38*

Abstract. The problem of calculating kinetic characteristics during electron drift in helium and neon is considered. The main attention is paid to the cases of weak and strong fields with little reference data. For helium and neon in the case of a weak field $E/N < 0.01$ Td, the mobility in the limit of the weak field is determined; analysis and comparison with the data available in the literature are carried out. For the case of a strong field $E/N > 10$ Td, the electron energy balance is analyzed with regard to inelastic collisions, the distribution of the energy received by the electron from the field for losses in elastic collisions with atoms, the costs of excitation and ionization of atoms are determined. Taking into account the emergence of new electrons in the system during ionization acts under steady-state current conditions makes it possible to take into consideration the departure of electrons from the system to the wall and the effect of electron escape.

Keywords: diffusion, mobility, distribution function, Monte-Carlo method, elastic collisions, ionization, collision cross sections, analytical approximation, helium, neon.

Received 19 August 2023

Accepted 30 August 2023