

УДК 519.6

DOI: 10.21779/2542-0321-2022-37-2-33–41

**Б.Х. Хайиткулов**

### **Численное моделирование нестационарной задачи конвекции-диффузии в трёхмерном случае**

*Национальный университет Узбекистана; Узбекистан, 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4; b.hayitqulov@mail.ru*

В работе рассматривается задача обеспечения температуры внутри поля в заданных пределах путем оптимального размещения источников тепла в параллелепипеде. Найдено численное значение функции Грина в виде матрицы. Предложен новый алгоритм численного решения нестационарной задачи оптимального управления размещением источников тепла с минимальной мощностью в процессах, описываемых дифференциальными уравнениями с частными производными параболического типа. Предложена новая методика численного решения. Построена математическая и численная модель процессов, описываемых уравнением конвекции-диффузии с переменными коэффициентами, заданными для первой краевой задачи; краевая задача изучается для трёхмерного случая. Предложен новый подход к численному решению задач. Приведена общая блок-схема алгоритма решения нестационарной задачи оптимального управления размещением источников тепла с минимальной мощностью. Разработаны алгоритм и программное обеспечение для численного решения задачи. Приведено краткое описание программного обеспечения. Визуализированы результаты вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: *оптимальное размещение, источники тепла, уравнение конвекции-диффузии, неявная разностная схема, М-метод.*

#### **Введение**

Многие прикладные задачи современного естествознания, в частности управление распространением тепла в среде, математической моделью которых является уравнение в частных производных, приводят к выбору местоположения источников тепла с целью минимизации энергии – расходуемого количества тепла. Задачи управления процессом распространения тепла в различных условиях изучены А.Г. Бутковским [1], Ж.Л. Лионсом [2], Ю.В. Егоровым [3], А.И. Егоровым [4] и другими авторами. Их результаты составляют основу данной работы. В работе [5] изучена задача оптимального управления процессами, описываемыми уравнением теплопроводности. Управляющий параметр задан в граничном условии и достиг минимума функционала, задаваемого интегральным квадратичным выражением. Показан метод нахождения допустимого управления, дающего минимум функционалу. В работе [6] изучена дифференциально-разностная задача управления процессом диффузии, получен аналог принципа максимума, позволяющий определить моменты включения и выключения источника максимальной мощности. В работе [7] изучено влияние эффекта Коанда на скорость теплопередачи в одиночном цилиндре с учетом расстояния до стенки. Найдено оптимальное расстояние цилиндра от стенки. В работе [8] влияние управляющих параметров на тепловое явление в случае смешанного конвективного теплообмена в закрытом помеще-

нии с дискретными источниками тепла исследовано численно методом коллокации кубических сплайнов.

В работе [9] предложено решение задачи оптимального размещения источников в неоднородных средах, скалярные стационарные поля в которых описываются эллиптическими уравнениями. В основу алгоритмов решения задачи положены способы оценки значений функционала на множестве возможных мест размещения источников, что позволяет выбрать оптимальный вариант путем реализации метода ветвей и границ. В работе [10] рассматривается задача оптимизации плотности источников тепла в стационарных процессах, описываемых эллиптическими уравнениями, задаваемыми третьим граничным условием; в работе [11] – задачи оптимального нагрева помещения на основе принципа максимума Понтрягина; в работе [12] – задача энергоэффективного теплоснабжения здания в системе центрального отопления.

В работах [13–16] предложен метод численного решения нестационарной задачи оптимального размещения источников тепла с минимальной мощностью в процессах, описываемых уравнениями параболического типа. Разработаны алгоритм и комплекс программ для численного решения нестационарных задач оптимального управления расположением источников тепла и визуализации полученных результатов.

Данная работа посвящена численному решению нестационарной задачи оптимального размещения источников тепла минимальной мощности. Постановка задачи требует одновременного выполнения двух условий. Первое условие – обеспечить нахождение температуры в пределе минимальных и максимальных температур за счет оптимального размещения источников тепла с минимальной мощностью в параллелепипеде. Второе условие заключается в том, чтобы суммарная мощность источников тепла, используемых для обогрева, была минимальной. Рассмотрена задача управления теплопроводности на основе оптимизации линейного целевого функционала с учетом ограничений, которая решается на основе аппроксимации и сведения к задаче линейного программирования.

### 1. Постановка задачи и ее конечномерная аппроксимация

В области  $D = \{a \leq x \leq b, c \leq y \leq d, p \leq z \leq q, 0 \leq t \leq T\}$  требуется найти функцию  $f(x, y, z, t) \geq 0$ , такую, что для любого  $t \in [0, T]$  линейный функционал

$$J\{f\} = \int_a^b \int_c^d \int_p^q f(x, y, z, t) dz dy dx \rightarrow \min \quad (1)$$

достигал минимума и удовлетворялись следующие условия:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \chi(x, y, z, t) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \nu(x, y, z, t) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f(x, y, z, t),$$

$$a < x < b, c < y < d, p < z < q, 0 < t \leq T,$$

$$u(x, y, z, 0) = u_0(x, y, z), \quad a \leq x \leq b, \quad c \leq y \leq d, \quad p \leq z \leq q, \quad (2)$$

$$u(a, y, z, t) = \mu_1(y, z, t), \quad u(b, y, z, t) = \mu_2(y, z, t), \quad c \leq y \leq d, \quad p \leq z \leq q, \quad 0 < t \leq T,$$

$$u(x, c, z, t) = \mu_3(x, z, t), \quad u(x, d, z, t) = \mu_4(x, z, t), \quad a \leq x \leq b, \quad p \leq z \leq q, \quad 0 < t \leq T,$$

$$u(x, y, p, t) = \mu_5(x, y, t), \quad u(x, y, q, t) = \mu_6(x, y, t), \quad a \leq x \leq b, \quad c \leq y \leq d, \quad 0 < t \leq T,$$

$$m(x, y, z, t) \leq u(x, y, z, t) \leq M(x, y, z, t), \quad (x, y, z, t) \in D, \quad (3)$$

где  $u = u(x, y, z, t)$  – температура в точке  $(x, y, z)$  параллелепипеда в момент времени  $t$ ;  $\chi(x, y, z, t) > 0$  – коэффициент диффузии (температуропроводности);  $v(x, y, z, t)$  – скорость конвекции по соответствующим направлениям;  $u_0(x, y, z)$ ,  $\mu_1(y, z, t)$ ,  $\mu_2(y, z, t)$ ,  $\mu_3(x, z, t)$ ,  $\mu_4(x, z, t)$ ,  $\mu_5(x, y, t)$ ,  $\mu_6(x, y, t)$ ,  $m(x, y, z, t)$ ,  $M(x, y, z, t)$  – заданные непрерывные функции. Функции  $m(x, y, z, t)$ ,  $M(x, y, z, t)$  имеют смысл функций минимального и максимального профиля температуры в области  $D$  соответственно. Мощность объемных источников тепла описывается квадратично интегрируемой функцией  $f(x, y, z, t)$  в пространстве  $L_2(D)$ .

Пусть 
$$Lu = \frac{\partial u}{\partial t} - \chi(x, y, z, t) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + v(x, y, z, t) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right).$$
 Оператор  $L$ , определенный в  $L_2(D)$ , имеет обратный  $L^{-1}$ . Здесь  $L^{-1}$  – интегральный оператор с непрерывным ядром (функция Грина). Используя его, можно записать задачу (1)–(3) в следующем виде:

$$f(\cdot, \cdot, \cdot) \in L_2(D), \quad f(x, y, z, t) \geq 0, \quad m(x, y, z, t) \leq (L^{-1}f)(x, y, z, t) \leq M(x, y, z, t). \quad (4)$$

Поскольку трудно найти непрерывное решение задачи (1)–(4), ищем численное решение задачи. В этом случае, используя неявную схему, заменяем задачу (2) конечно-разностным уравнением.

Введем в  $D$  равномерную по четырем переменным разностную сетку  $\bar{\omega}_{h_1 h_2 h_3}^\tau = \bar{\omega}_{h_1} \times \bar{\omega}_{h_2} \times \bar{\omega}_{h_3} \times \bar{\omega}^\tau = \{(x_i, y_j, z_k, t_s) : x_i = ih_1, y_j = jh_2, z_k = kh_3, t_s = s\tau, i = \overline{0, N_1}, j = \overline{0, N_2}, k = \overline{0, N_3}, s = \overline{0, N_4}\}$  с шагами  $h_1 = (b-a)/N_1$ ,  $h_2 = (d-c)/N_2$ ,  $h_3 = (q-p)/N_3$ ,  $\tau = T/N_4$ .

Неявная разностная схема для задачи (2) имеет вид [17]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{u_{ijk}^{s+1} - u_{ijk}^s}{\tau} = \chi_{ijk}^{s+1} \left( \frac{u_{i+1,jk}^{s+1} - 2u_{ijk}^{s+1} + u_{i-1,jk}^{s+1}}{h_1^2} + \frac{u_{ij+1,k}^{s+1} - 2u_{ijk}^{s+1} + u_{ij-1,k}^{s+1}}{h_2^2} + \frac{u_{ijk+1}^{s+1} - 2u_{ijk}^{s+1} + u_{ijk-1}^{s+1}}{h_3^2} \right) - \\ & v_{ijk}^{s+1} \left( \frac{u_{i+1,jk}^{s+1} - u_{i-1,jk}^{s+1}}{2h_1} + \frac{u_{ij+1,k}^{s+1} - u_{ij-1,k}^{s+1}}{2h_2} + \frac{u_{ijk+1}^{s+1} - u_{ijk-1}^{s+1}}{2h_3} \right) + f_{ijk}^{s+1}, \\ & i = \overline{1, N_1 - 1}, j = \overline{1, N_2 - 1}, k = \overline{1, N_3 - 1}, s = \overline{0, N_4 - 1}, \\ & u_{ijk}^0 = u_0(x_i, y_j, z_k), \\ & u_{0,jk}^{s+1} = \mu_1(y_j, z_k, t_{s+1}), \quad u_{N_1,jk}^{s+1} = \mu_2(y_j, z_k, t_{s+1}), \\ & u_{i,0k}^{s+1} = \mu_3(x_i, z_k, t_{s+1}), \quad u_{i,N_2,k}^{s+1} = \mu_4(x_i, z_k, t_{s+1}), \\ & u_{ij,0}^{s+1} = \mu_5(x_i, y_j, t_{s+1}), \quad u_{ij,N_3}^{s+1} = \mu_6(x_i, y_j, t_{s+1}), \\ & i = \overline{0, 1, \dots, N_1}, j = \overline{0, 1, \dots, N_2}, k = \overline{0, 1, \dots, N_3}, s = \overline{0, 1, \dots, N_4 - 1}. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Здесь  $\chi_{ijk}^{s+1} = \chi(x_i, y_j, z_k, t_{s+1})$ ,  $v_{ijk}^{s+1} = v(x_i, y_j, z_k, t_{s+1})$ ,  $f_{ijk}^{s+1} = f(x_i, y_j, z_k, t_{s+1})$ .

Введем обозначения

$$\overline{XYZ} = \left( \frac{1}{\tau} + \frac{2\chi_{ijk}^{s+1}}{h_1^2} + \frac{2\chi_{ijk}^{s+1}}{h_2^2} + \frac{2\chi_{ijk}^{s+1}}{h_3^2} \right), \quad X^+ = \left( -\frac{\chi_{ijk}^{s+1}}{h_1^2} + \frac{v_{ijk}^{s+1}}{2h_1} \right), \quad X^- = \left( -\frac{\chi_{ijk}^{s+1}}{h_1^2} - \frac{v_{ijk}^{s+1}}{2h_1} \right),$$

$$Y^+ = \left( -\frac{\chi_{ijk}^{s+1}}{h_2^2} + \frac{v_{ijk}^{s+1}}{2h_2} \right), \quad Y^- = \left( -\frac{\chi_{ijk}^{s+1}}{h_2^2} - \frac{v_{ijk}^{s+1}}{2h_2} \right), \quad Z^+ = \left( -\frac{\chi_{ijk}^{s+1}}{h_3^2} + \frac{v_{ijk}^{s+1}}{2h_3} \right), \quad Z^- = \left( -\frac{\chi_{ijk}^{s+1}}{h_3^2} - \frac{v_{ijk}^{s+1}}{2h_3} \right).$$

Рассмотрим расширенную матрицу системы:

$$A = \begin{bmatrix} \overline{XYZ} & Z^+ & 0 & \dots & 0 & Y^+ & 0 & \dots & 0 & X^+ & 0 & \dots & \dots & 0 \\ Z^- & \overline{XYZ} & Z^+ & 0 & \dots & 0 & Y^+ & 0 & \dots & 0 & X^+ & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & X^- & 0 & \dots & 0 & Y^- & 0 & \dots & 0 & Z^- & \overline{XYZ} & Z^+ \\ 0 & \dots & \dots & 0 & X^- & 0 & \dots & 0 & Y^- & 0 & \dots & 0 & Z^- & \overline{XYZ} \end{bmatrix}.$$

Получим

$$G = A^{-1}.$$

Аппроксимируем задачу (1)–(5) в виде задачи линейного программирования. Разделим область  $D$  по  $x, y, z, t$  соответственно на  $N_1, N_2, N_3, N_4$  равных частей:

$$D = \bigcup_{s=1}^{N_4} \bigcup_{i=1}^{N_1} \bigcup_{j=1}^{N_2} \bigcup_{k=1}^{N_3} D_{ijk}^s, \quad \text{где } D_{ijk}^s = \{(x, y, z, t), \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad y_{j-1} \leq y \leq y_j, \quad z_{k-1} \leq z \leq z_k,$$

$t_{s-1} \leq t \leq t_s\}$ ,  $i = \overline{1, N_1}$ ,  $j = \overline{1, N_2}$ ,  $k = \overline{1, N_3}$ ,  $s = \overline{1, N_4}$ . В пространстве  $L_2(D)$  функции

$$f_{ijk}^s = f(x_i, y_j, z_k, t_s), \quad (x, y, z, t) \in D_{ijk}^s \quad (i = \overline{1, N_1-1}, \quad j = \overline{1, N_2-1}, \quad k = \overline{1, N_3-1}, \quad s = \overline{1, N_4})$$

определяются как кусочно-постоянные функции. Отсюда получим

$$f(x, y, z, t) \approx \sum_{s=1}^{N_4} \sum_{i=1}^{N_1-1} \sum_{j=1}^{N_2-1} \sum_{k=1}^{N_3-1} f_{ijk}^s.$$

$$\text{Пусть } g_{rw}^s = G, \quad m_{ijk}^s = m(x_i, y_j, z_k, t_s), \quad M_{ijk}^s = M(x_i, y_j, z_k, t_s), \quad \tilde{f}_w^s = f_{ijk}^s, \quad r = w, \\ N = (N_1 - 1)(N_2 - 1)(N_3 - 1), \quad w = (i - 1)(N_2 - 1)(N_3 - 1) + (j - 1)(N_3 - 1) + k, \quad r = \overline{1, N},$$

$i = \overline{1, N_1-1}$ ,  $j = \overline{1, N_2-1}$ ,  $k = \overline{1, N_3-1}$ ,  $s = \overline{1, N_4}$ . Подставим выражение  $f(x, y, z, t)$  в (1) и заменим неравенство (4) на сеточные функции.

После этого получим следующую задачу линейного программирования:

$$J_s \{f\} = \sum_{i=1}^{N_1-1} \sum_{j=1}^{N_2-1} \sum_{k=1}^{N_3-1} (\text{mes} D_{ijk}^s) f_{ijk}^s \rightarrow \min, \quad s = 1, 2, \dots, N_4, \\ m_{ijk}^s \leq \sum_{w=1}^N g_{rw}^s \tilde{f}_w^s \leq M_{ijk}^s, \quad r = 1, 2, \dots, N, \quad (6) \\ i = \overline{1, N_1-1}, \quad j = \overline{1, N_2-1}, \quad k = \overline{1, N_3-1}, \quad s = \overline{1, N_4}, \\ \tilde{f}_w^s \geq 0, \quad w = 1, 2, \dots, N, \quad s = 1, 2, \dots, N_4.$$

Задача (6) решается М-методом [18–19]. Численное решение задачи (2) находится с помощью  $u_{ijk}^s = \sum_{w=1}^N g_{rw}^s \tilde{f}_w^s$ . Найденная  $\tilde{f}_w^s$  является функцией, дающей минимум функционалу (1).

## 2. Описание алгоритма и результатов моделирования

Для приближенного решения задач (1)–(6) разработано программное обеспечение на языке С#. Оно позволяет представлять все необходимые входные данные: константы, коэффициенты, параметры сеток, а также функции температуры, начальные и краевые условия в виде скриптов. Для представления результатов разработаны графические модули.

На блок-схеме (рис. 1) приведен общий алгоритм решения задачи с использованием численного метода для вычисления  $J_{\min}$ .

**Вычислительный эксперимент.** Требуется найти оптимальное расположение источников тепла с минимальной мощностью в параллелепипеде. Задача решалась при следующих входных данных: в расчетной области используется куб  $x, y, z \in [0, 1]$  с функциями теплопроводности  $\chi(x, y, z, t) = x^2 y^2 z^2 t$  м<sup>2</sup>/с и компонентами скорости  $v(x, y, z, t) = x y z t$  м/с. Начальные и граничные условия определяются функциями:  $u_0(x, y, z) = 2 + x^2 + y^2 + z^2$  м/с,  $\mu_1(y, z, t) = 2 + y^2 + z^2 + t^2$  м/с,  $\mu_2(y, z, t) = 3 + y^2 + z^2 + t^2$  м/с,  $\mu_3(x, z, t) = 2 + x^2 + z^2 + t^2$  м/с,  $\mu_4(x, z, t) = 3 + x^2 + z^2 + t^2$  м/с,  $\mu_5(x, y, t) = 2 + x^2 + y^2 + t^2$  м/с,  $\mu_6(x, y, t) = 3 + x^2 + y^2 + t^2$  м/с. Минимальная и максимальная температуры задаются функциями  $m(x, y, z, t) = 1 + x^2 + y^2 + z^2 + t^2$  К,  $M(x, y, z, t) = 4 + x^2 + y^2 + z^2 + t^2$  К, а окончание времени –  $T = 1$ . Расчетная сетка с числом источников  $(N_1 - 1) \times (N_2 - 1) \times (N_3 - 1) \times N_4 = 6 \times 6 \times 6 \times 7$ . Минимальное значение функционала при численном решении равно  $J_{\min} = 12.26$  К·м/с. На рис. 2 представлены результаты численного решения задачи (6). Представлены результаты с минимальным ( $m(x, y, z, t)$ , ниже), максимальным ( $M(x, y, z, t)$ , выше) и приближенным ( $u(x, y, z, t)$ , посередине) значениями температуры. На рис. 3 показано оптимальное расположение источников тепла с минимальной мощностью в виде гистограммы.

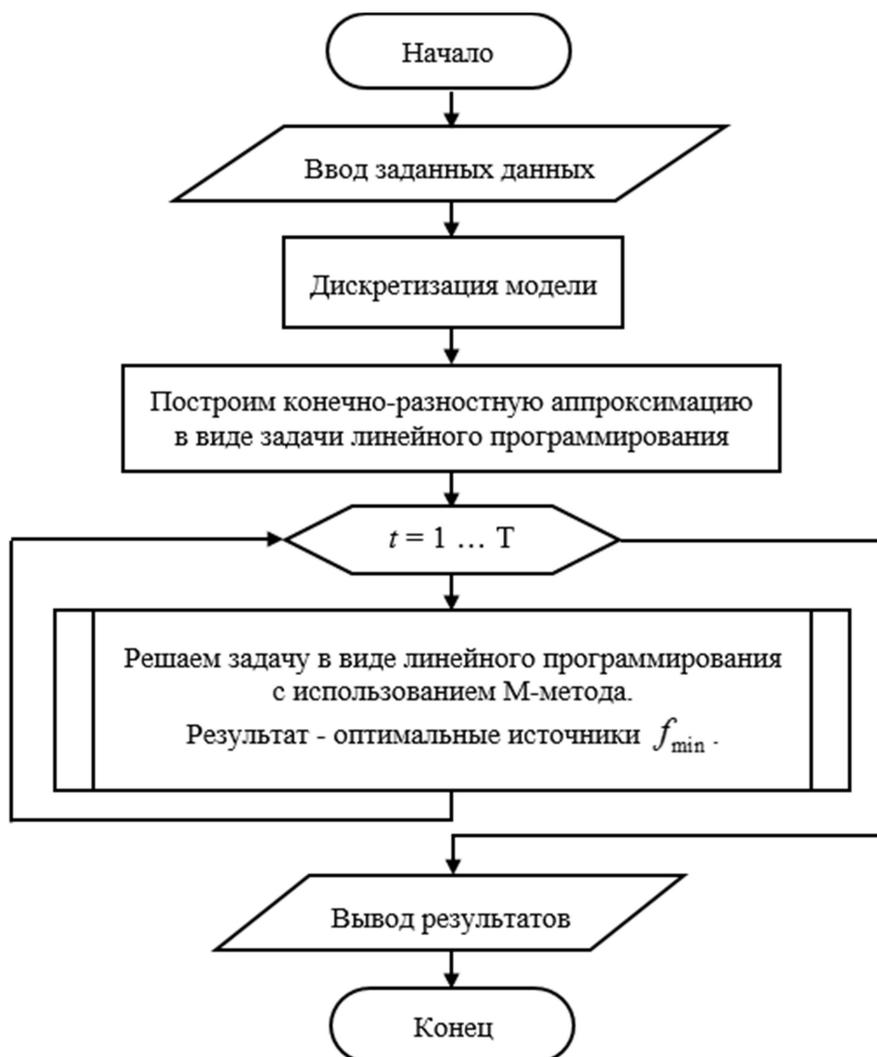


Рис. 1. Блок-схема общего алгоритма решения задачи

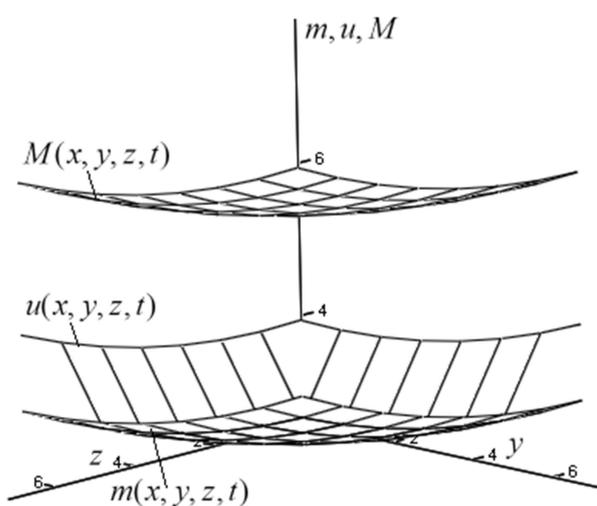


Рис. 2. График решения задачи (6) при  $x = 0.5$ ,  $t = T$

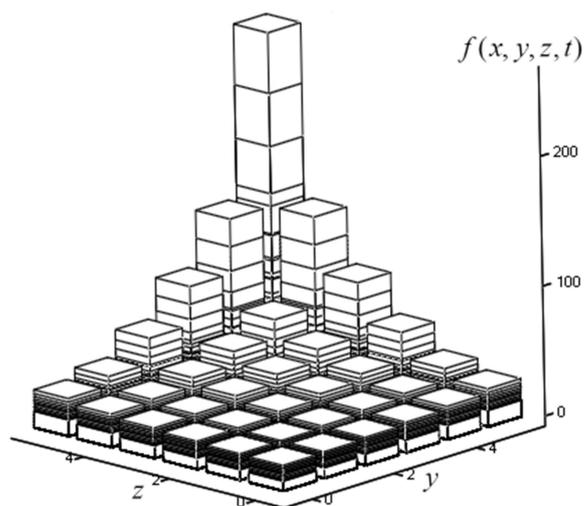


Рис. 3. Оптимальное расположение источников тепла  $f(x, y, z, t)$  при фиксированном  $x$  и  $t$

Из рисунка 2 видно, что решение задачи лежит в заданном пределе, т. е. решение удовлетворяет неравенству (3). Видно, что значение  $u(x, y, z, t)$  практически равно минимальной температуре. Это означает, что функционал  $J_s\{f\}$  достигает минимума.

На рисунка 3 мощность оптимально размещенных источников тепла отображается в виде гистограммы. Высота столбцов на гистограмме указывает на мощность источников тепла. Черные линии на рисунке образованы наложением источников тепла в каждый фиксированный момент времени.

### Заключение

Предложены методика и алгоритм решения нестационарной задачи поддержания температуры внутри области в заданных пределах путем оптимального размещения источников тепла в параллелепипеде. Задача решена на основе численного моделирования процесса конвекции-диффузии и последовательного решения задач линейного программирования.

Результаты вычислительного эксперимента подтверждают достижение функционалом минимума и решение основной задачи.

### Литература

1. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1975. – 568 с.
2. Латтес Р., Лионс Ж.-Л. Метод квазиобращения и его приложения. – М.: Мир, 1970. – 336 с.
3. Егоров Ю.В. Некоторые задачи теории оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1963. Т. 3, № 5. – С. 887–904.
4. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. – М.: Наука, 1978. – 464 с.
5. Егоров А.И., Знаменская Л.Н. Об управлении процессом теплопроводности с квадратичным функционалом качества // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. Т. 57, № 12. – С. 2053–2064.
6. Исламов Г.Г., Коган Ю.В. Дифференциально-разностная задача управления процессом диффузии // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2008. Вып. 1. – С. 121–126.
7. Kapjor A., Durcansky P., Vantuch M. Effect of heat source placement on natural convection from cylindrical surfaces // Energies. 2020. Vol. 13, iss. 17. – P. 1–13.
8. Hsu T.H., Wang S.G. Mixed convection in a rectangular enclosure with discrete heat sources // Numerical Heat Transfer, Part A: Applications. 2010. Vol. 38, iss. 6. – P. 627–652.
9. Ахметзянов А.В., Кулибанов В.Н. Оптимальное размещение источников для стационарных скалярных полей // Автоматика и телемеханика. 1999. № 6. – С. 50–58.
10. Осипов О.В., Брусенцев А.Г. Оптимальное расположение источников тепла внутри областей сложной геометрической формы // Математическое моделирование, 2019. Т. 31, № 4. – С. 3–16.
11. Мирская С.Ю., Сидельников В.И. Экономичный обогрев помещения как задача оптимального управления // Техничко-технологические проблемы сервиса. 2014. № 4 (30). – С. 75–78.

12. Сабденов К.О., Баймасов Т.М. Оптимальное (энергоэффективное) тепло-снабжение здания в системе центрального отопления // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2015. Т. 326, № 8. – С. 53–60.

13. Хайиткулов Б.Х. Конечно-разностный метод решения нестационарных задач управления конвекцией-диффузией // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2021. № 57. – С. 45–52.

14. *Khaitkulov B.Kh.* Homogeneous different schemes of the problem for optimum selection of the location of heat sources in a rectangular body // *Solid State Technology*. 2020. Vol. 63, iss. 4. – P. 583–592.

15. Хайиткулов Б.Х. Консервативные схемы для нестационарной задачи выбора оптимального размещения источников тепла в параллелепипеде // Вестник Дагестанского государственного университета. Сер. 1: Естественные науки. 2021. Т. 36, вып. 2. – С. 39–46.

16. Хайиткулов Б.Х. Консервативные разностные схемы по оптимальному выбору местоположения источников тепла в стержне // Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 3. – С. 85–98.

17. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. – М.: ЛИБРОКОМ, 2015. – 248 с.

18. *Dantzig G.B.* Linear programming and extensions. – Princeton University Press, 2016. – P. 656.

19. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: учебник. – 3-е изд. – М.: Финансы и статистика, 2009. – 640 с.

*Поступила в редакцию 5 марта 2022 г.*

UDK 519.6

DOI: 10.21779/2542-0321-2022-37-2-33–41

### **Numerical Modeling of Non-Stationary Convection-Diffusion Problem in the Three-Dimensional Case**

***B.Kh. Khayitkulov***

*National University of Uzbekistan; Uzbekistan, 100174, Tashkent, Olmazor district,  
University st. 4; b.hayitkulov@mail.ru*

The paper considers the problem of ensuring the temperature inside the field within the given limits by optimal placement of heat sources in a parallelepiped. The numerical value of the Green's function is found in the form of a matrix. A new algorithm for the numerical solution of a non-stationary problem of optimal control of the placement of heat sources with a minimum power in processes described by differential equations with parabolic partial derivatives is proposed. A new technique for numerical solution is proposed in the article and a mathematical and numerical model of the processes described by the convection-diffusion equation with variable coefficients given for the first boundary value problem has been constructed; the boundary value problem is studied for the three-

dimensional case. A general block diagram of the algorithm for solving the non-stationary problem of optimal control of the placement of heat sources with a minimum power is given. An algorithm and software for the numerical solution of the problem have been developed and a brief description of the software is given. The results of the computational experiment are visualized.

Keywords: *optimal placement, heat sources, convection-diffusion equation, implicit difference scheme, big M method.*

*Received 5 March 2022*